

1

分數的乘法



根據西元 2008 年 5 月美國的統計數據，現存的北極熊數量大約只剩 25000 隻，其中分布於加拿大的占全部數量的 $\frac{3}{5}$ ，你知道分布於加拿大的北極熊大約有幾隻嗎？在本單元可以學習到。

15000 隻



HELP!





先備經驗

- (1) 分數的整數倍。
- (2) 分數的擴分、約分和通分。
- (3) 分數的加法和減法。

學習要點

- (1) 認識帶分數的整數倍。
- (2) 認識整數的分數倍。
- (3) 認識分數的分數倍。
- (4) 了解被乘數、乘數和積的關係。

暖身練習

算算看：

$$(1) \frac{8}{12} = \frac{(16)}{24} = \frac{4}{(6)}$$

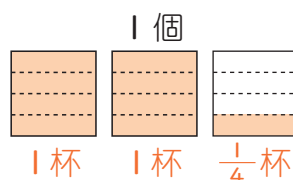
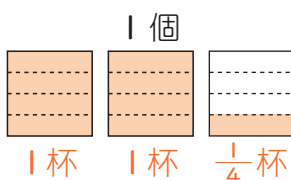
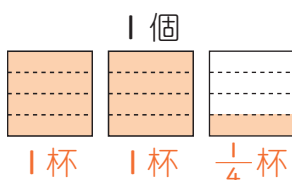
$$(2) \frac{2}{7} \times 2 = \left(\frac{4}{7} \right)$$

$$(3) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \left(\frac{5}{6} \right)$$

$$(4) 2\frac{3}{4} - 1\frac{5}{6} = \left(\frac{11}{12} \right)$$

1-1 帶分數的整數倍

- ① 烘焙店製作 1 個蛋糕要用 $2\frac{1}{4}$ 杯鮮奶，製作 3 個蛋糕要用幾杯鮮奶？



$$\begin{aligned}
 &2\frac{1}{4} \times 3 \\
 &= \left(2 + \frac{1}{4}\right) \times 3 \\
 &= 2 \times 3 + \frac{1}{4} \times 3 \\
 &= 6 + \frac{3}{4} \\
 &= 6\frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

先把帶分數分成整數和分數，再計算。



$$\begin{aligned}
 &2\frac{1}{4} \times 3 \\
 &= \frac{9}{4} \times 3 \\
 &= \frac{9 \times 3}{4} \\
 &= \frac{27}{4} \\
 &= 6\frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

先把帶分數化成假分數，再計算。



答： $6\frac{3}{4}$ 杯

說說看，這兩種算法有什麼不同？ 兒童自行發表

- ② 家香飯糰每天用掉 $2\frac{2}{5}$ 公斤的糙米，7 天共用了幾公斤

的糙米？

$$\begin{aligned}
 &2\frac{2}{5} \times 7 \\
 &= \left(2 + \frac{2}{5}\right) \times 7 \\
 &= 14 + \frac{14}{5} \\
 &= 16\frac{4}{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &2\frac{2}{5} \times 7 \\
 &= \frac{12}{5} \times 7 \\
 &= \frac{84}{5} \\
 &= 16\frac{4}{5}
 \end{aligned}$$

答： $16\frac{4}{5}$ 公斤

試試看

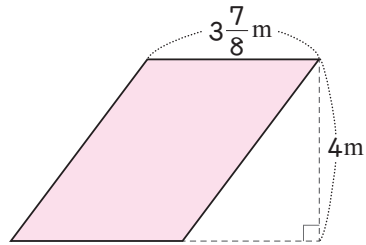
① $2\frac{1}{7} \times 6$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{15}{7} \times 6 \\
 &= 12\frac{6}{7}
 \end{aligned}$$

② $2\frac{4}{5} \times 3$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{14}{5} \times 3 \\
 &= 8\frac{2}{5}
 \end{aligned}$$

- ③ 底 $3\frac{7}{8}$ 公尺、高 4 公尺的平行四邊形，面積是幾平方公尺？



$$3\frac{7}{8} \times 4$$

$$= 3 \times 4 + \frac{7}{8} \times 4$$

$$= 12 + \frac{7}{2}$$

$$= 12 + 3\frac{1}{2}$$

$$= 15\frac{1}{2}$$

因為 $\frac{7}{8} \times 4 = \frac{7 \times 4}{8}$ ，
所以 8 和 4 可以先約分。



$$3\frac{7}{8} \times 4$$

$$= \frac{31}{8} \times 4$$

$$= \frac{31 \times 4}{8}$$

$$= \frac{31}{2}$$

$$= 15\frac{1}{2}$$

答： $15\frac{1}{2}$ 平方公尺

- ④ 紅緞帶長 $2\frac{3}{10}$ 公尺，藍緞帶的長是紅緞帶的 10 倍，藍緞帶長幾公尺？

$$2\frac{3}{10} \times 10$$

$$= \frac{23}{10} \times 10$$

$$= 23$$

答： 23 公尺

試試看

① $1\frac{2}{3} \times 3$

$$= \frac{5}{3} \times 3$$

$$= 5$$

② $1\frac{3}{4} \times 6$

$$= \frac{7}{4} \times 6$$

$$= \frac{21}{2}$$

$$= 10\frac{1}{2}$$

③ $5\frac{5}{8} \times 12$

$$= \frac{45}{8} \times 12$$

$$= \frac{135}{2}$$

$$= 67\frac{1}{2}$$

- ④ 長 $5\frac{5}{6}$ 公尺、寬 4 公尺的長方形面積是幾平方公尺？

$$5\frac{5}{6} \times 4$$

$$= \frac{35}{6} \times 4$$

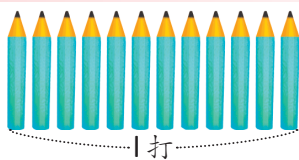
$$= \frac{70}{3}$$

$$= 23\frac{1}{3}$$

答： $23\frac{1}{3}$ 平方公尺

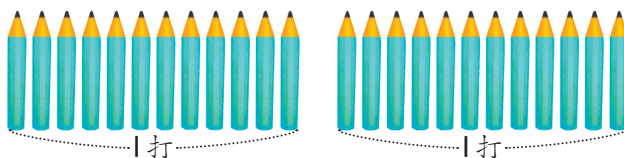
1-2 整數的分數倍

① 1 打鉛筆有 12 枝。



① 2 打鉛筆有幾枝？

12 枝的 2 倍，可用 12 乘以 2 等於 24，得到 24 枝。



$$12 \times 2 = 24$$

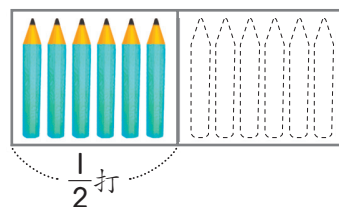
答：24 枝

② $\frac{1}{2}$ 打鉛筆有幾枝？

12 枝的 $\frac{1}{2}$ 倍，記作 $12 \times \frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{2}$ 打是 1 打的一半，可以用 $12 \div 2$ 來算出 6 枝。



$$\begin{aligned} 12 \times \frac{1}{2} \\ = \frac{12}{2} \\ = 6 \end{aligned}$$



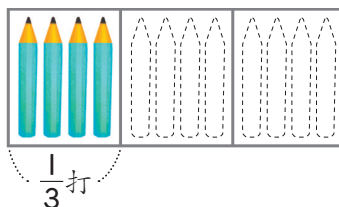
答：6 枝

③ $\frac{1}{3}$ 打鉛筆有幾枝？

12 枝的 $\frac{1}{3}$ 倍，記作 $12 \times \frac{1}{3}$ ，可以用 $12 \div 3$ 來算出……。

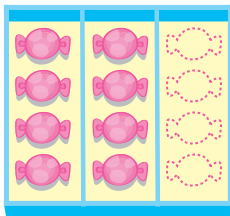


$$\begin{aligned} 12 \times \frac{1}{3} \\ = \frac{12}{3} \\ = 4 \end{aligned}$$



答：4 枝

② 蕾神糖果 1 盒有 12 顆， $\frac{2}{3}$ 盒有幾顆？



$$\begin{aligned} 12 \times \frac{2}{3} &= 12 \times \frac{1}{3} \times 2 \\ &= \frac{12}{3} \times 2 \\ &= \frac{\cancel{4} \times 12 \times 2}{\cancel{3} \times 1} \\ &= 8 \end{aligned}$$

$\frac{2}{3}$ 盒是 1 盒平分成 3 份，其中的 2 份，可以看成 $12 \times \frac{1}{3} \times 2$ 。



答：8 顆

③ 一桶礦泉水有 12 公升， $\frac{4}{5}$ 桶礦泉水是幾公升？

$$\begin{aligned} 12 \times \frac{4}{5} &= \frac{12 \times 4}{5} \\ &= \frac{48}{5} \\ &= 9\frac{3}{5} \end{aligned}$$

一桶礦泉水的 $\frac{4}{5}$ ，記作 $12 \times \frac{4}{5}$ ，就是 $12 \times \frac{1}{5} \times 4$ 。



答： $9\frac{3}{5}$ 公升

④ 觀察 ② 和 ③ 的乘法算式，說說看，你發現了什麼？

兒童自行發表

$$\text{整數} \times \frac{\text{分子}}{\text{分母}} = \frac{\text{整數} \times \text{分子}}{\text{分母}}$$



試試看

$$\begin{aligned} \text{① } 15 \times \frac{1}{3} &= \frac{\overset{5}{\cancel{15}} \times 1}{\cancel{3} \times 1} \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{② } 9 \times \frac{2}{3} &= \frac{\overset{3}{\cancel{9}} \times 2}{\cancel{3} \times 1} \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{③ } 20 \times \frac{3}{7} &= \frac{20 \times 3}{7} \\ &= \frac{60}{7} \\ &= 8\frac{4}{7} \end{aligned}$$

- ⑤ 巨無霸漢堡 1 個重 6 公斤，麥麥和丹丹共吃了 $1\frac{3}{8}$ 個，是吃了幾公斤？

$$\begin{aligned}
 &6 \times 1\frac{3}{8} \\
 &= 6 \times \left(1 + \frac{3}{8}\right) \\
 &= 6 \times 1 + \cancel{6}^3 \times \frac{3}{\cancel{8}_4} \\
 &= 6 + \frac{9}{4} \\
 &= 8\frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

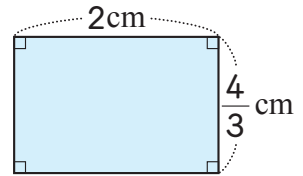
先把帶分數分成整數和分數，再計算。

$$\begin{aligned}
 &6 \times 1\frac{3}{8} \\
 &= \cancel{6}^3 \times \frac{11}{\cancel{8}_4} \\
 &= \frac{33}{4} \\
 &= 8\frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

把帶分數化成假分數，計算時能約分的先約分。

答： $8\frac{1}{4}$ 公斤

- ⑥ 右圖長方形的面積是幾平方公分？



$$\begin{aligned}
 &2 \times \frac{4}{3} \\
 &= \frac{8}{3} \\
 &= 2\frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\frac{4}{3} \times 2 \\
 &= \frac{8}{3} \\
 &= 2\frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

答： $2\frac{2}{3}$ 平方公分

想想看， $2 \times \frac{4}{3}$ 和 $\frac{4}{3} \times 2$ 的積一樣嗎？一樣

試試看

1 袋有機玉米重 18 公斤，買了 $\frac{9}{4}$ 袋共重幾公斤？

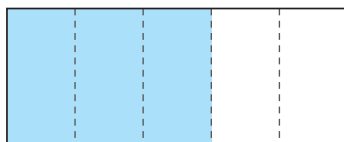
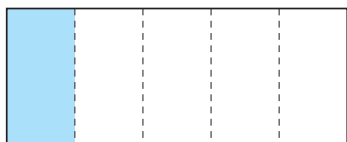
$$\begin{aligned}
 &18 \times \frac{9}{4} \\
 &= \frac{18 \times 9}{4} \\
 &= \frac{81}{2} = 40\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

答： $40\frac{1}{2}$ 公斤

1-3 分數的分數倍

① 工人粉刷牆壁，用 1 桶油漆可以粉刷 $\frac{1}{5}$ 面牆。

① 3 桶可以粉刷幾面牆？



▲ 1 桶可以粉刷 $\frac{1}{5}$ 面

▲ 3 桶可以粉刷 $\frac{1}{5}$ 面的 3 倍

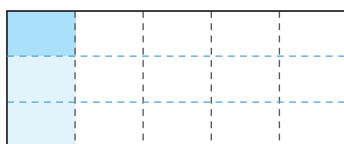
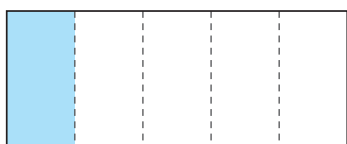
$$\frac{1}{5} \times 3 = \frac{3}{5}$$

答： $\frac{3}{5}$ 面



1 桶可以粉刷 $\frac{1}{5}$ 面，3 桶可以粉刷 $\frac{1}{5}$ 面的 3 倍，是 $\frac{3}{5}$ 面。

② 工人用 $\frac{1}{3}$ 桶，可以粉刷幾面牆？



▲ 1 桶可以粉刷 $\frac{1}{5}$ 面

▲ $\frac{1}{3}$ 桶可以粉刷 $\frac{1}{5}$ 面的 $\frac{1}{3}$ 倍

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$$

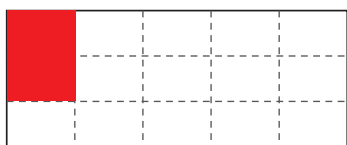
答： $\frac{1}{15}$ 面



1 桶可以粉刷 $\frac{1}{5}$ 面， $\frac{1}{3}$ 桶可以粉刷 $\frac{1}{5}$ 面的 $\frac{1}{3}$ 倍，是 $\frac{1}{15}$ 面。

說說看，在 $\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$ 的算式中，記了什麼？**兒童自行發表**

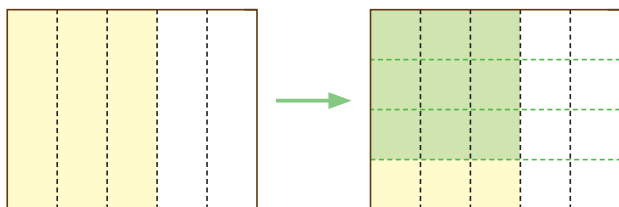
③ 工人用 $\frac{2}{3}$ 桶，可以粉刷幾面牆？畫畫看，並用算式記下來。



$$\frac{1}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$$

答： $\frac{2}{15}$ 面

- ② 奶奶做了 1 塊蘿蔔糕，小欣分到 $\frac{3}{5}$ 塊，小欣全家吃了其中的 $\frac{3}{4}$ ，是吃了幾塊蘿蔔糕？把做法用算式記下來。



▲ $\frac{3}{5}$ 塊

▲ $\frac{3}{5}$ 塊的 $\frac{3}{4}$

$$\begin{aligned} & \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{3 \times 3}{5 \times 4} \\ &= \frac{9}{20} \end{aligned}$$

全部共分成 $5 \times 4 = 20$ 等分，
吃了其中的 $3 \times 3 = 9$ 等分，
也就是 $\frac{3 \times 3}{5 \times 4}$ 塊。



答： $\frac{9}{20}$ 塊

說說看，從上面的算式中你發現了什麼？兒童自行發表

$$\frac{\text{分子}}{\text{分母}} \times \frac{\text{分子}}{\text{分母}} = \frac{\text{分子} \times \text{分子}}{\text{分母} \times \text{分母}}$$



試試看

建明家後面有 1 塊長方形土地，將 $\frac{2}{3}$ 塊土地當運動場，運動場的 $\frac{4}{5}$ 蓋籃球場，籃球場用了幾塊土地？

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \\ &= \frac{2 \times 4}{3 \times 5} \\ &= \frac{8}{15} \end{aligned}$$

答： $\frac{8}{15}$ 塊

③ 長 $\frac{8}{5}$ 公尺、寬 $\frac{3}{4}$ 公尺的長方形木板，面積是幾平方公尺？

$$\begin{aligned} & \frac{8}{5} \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{\cancel{8}^2 \times 3}{5 \times \cancel{4}_1} \\ &= \frac{6}{5} \\ &= 1\frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\cancel{8}^2}{5} \times \frac{3}{\cancel{4}_1} \\ &= \frac{6}{5} \\ &= 1\frac{1}{5} \end{aligned}$$

因為 $\frac{8}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{8 \times 3}{5 \times 4}$ ，
所以8和4可以先約分。



答：1 $\frac{1}{5}$ 平方公尺

說說看，上面兩種算法哪一種比較方便？兒童自行發表

④ 元宵節快到了，莎莎用糯米粉做湯圓。1包糯米粉重 $\frac{6}{7}$ 公斤，莎莎用掉 $2\frac{1}{5}$ 包，是用掉幾公斤？

$$\begin{aligned} & \frac{6}{7} \times 2\frac{1}{5} \\ &= \frac{6}{7} \times \frac{11}{5} \\ &= \frac{66}{35} \\ &= 1\frac{31}{35} \end{aligned}$$

先把帶分數化成假分數，再計算。



答：1 $\frac{31}{35}$ 公斤

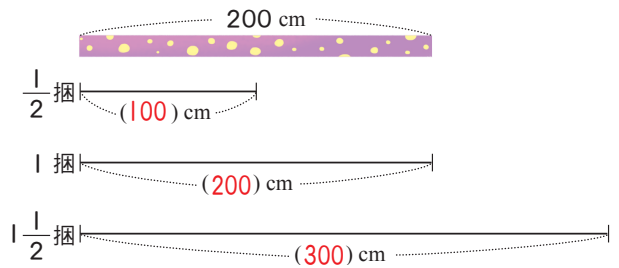
⑤ 算算看， $1\frac{2}{3} \times 1\frac{2}{7}$ 的答案是多少？

$$\begin{aligned} & 1\frac{2}{3} \times 1\frac{2}{7} \\ &= \frac{5}{\cancel{3}_1} \times \frac{\cancel{7}^3}{7} \\ &= \frac{15}{7} \\ &= 2\frac{1}{7} \end{aligned}$$

答：2 $\frac{1}{7}$

1-4 被乘數、乘數和積的關係

- ① 緞帶 1 捆長 200 公分，
同樣的緞帶 $\frac{1}{2}$ 捆、1 捆、
 $1\frac{1}{2}$ 捆各長幾公分？



$\frac{1}{2}$ 捆

$$\begin{aligned} 200 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{200 \times 1}{2} \\ &= 100 \end{aligned}$$

1 捆

$$\begin{aligned} 200 \times 1 \\ &= 200 \end{aligned}$$

$1\frac{1}{2}$ 捆

$$\begin{aligned} 200 \times 1\frac{1}{2} \\ &= \frac{200 \times 3}{2} \\ &= 300 \end{aligned}$$

觀察上面的算式，說說看：

- ① 乘數小於 1，積和被乘數哪一個比較大？被乘數
- ② 乘數等於 1，積和被乘數哪一個比較大？一樣大
- ③ 乘數大於 1，積和被乘數哪一個比較大？積

- ② 算算看：

$$\begin{aligned} ① \quad 1\frac{3}{8} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{11}{24} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ② \quad 1\frac{3}{8} \times 1 \\ &= 1\frac{3}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ③ \quad 1\frac{3}{8} \times 2\frac{1}{3} \\ &= 3\frac{5}{24} \end{aligned}$$

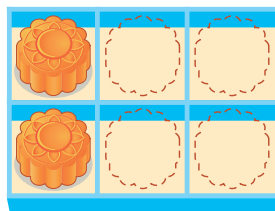
將你算出來的積和被乘數比比看，你發現了什麼？兒童自行發表



在分數乘法中，乘數小於 1，積小於被乘數；
乘數等於 1，積等於被乘數；
乘數大於 1，積大於被乘數。

1-5 分數除以整數

- ① 1 盒月餅有 6 個，把 $\frac{1}{3}$ 盒平分給 2 人，每人可分得幾盒月餅？



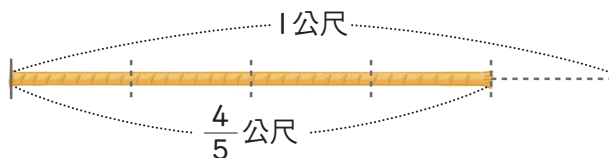
$$\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{6}$$

$\frac{1}{3}$ 盒是 2 個，平分給 2 人，每人可分得 1 個，也就是 $\frac{1}{6}$ 盒。



答： $\frac{1}{6}$ 盒

- ② 1 條繩子長 $\frac{4}{5}$ 公尺。



- ① 平分成 4 段，每段長幾公尺？

$$\frac{4}{5} \div 4 = \frac{1}{5}$$

答： $\frac{1}{5}$ 公尺

- ② $\frac{1}{4}$ 條繩子長幾公尺？

$$\frac{4}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{5}$$

答： $\frac{1}{5}$ 公尺

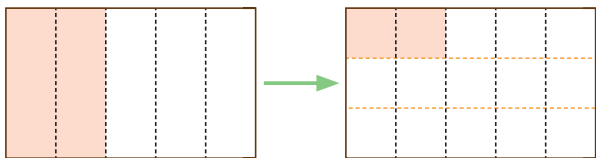
說說看， $\frac{4}{5} \div 4$ 和 $\frac{4}{5} \times \frac{1}{4}$ 的答案一樣嗎？為什麼？**兒童自行發表一樣**

$\frac{4}{5} \div 4$ 是把 $\frac{4}{5}$ 平分成 4 等分的 1 份，可以看成 $\frac{4}{5}$ 的 $\frac{1}{4}$ 倍，都是 $\frac{1}{5}$ 。所以 $\frac{4}{5} \div 4 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{4}$



$$\frac{\text{甲}}{\text{乙}} \div \text{丙} = \frac{\text{甲}}{\text{乙}} \times \frac{1}{\text{丙}}$$

③ 將 $\frac{2}{5}$ 張紙平分給 3 人，每人可得幾張？



$\frac{2}{5}$ 除以 3，就是 $\frac{2}{5}$ 的 $\frac{1}{3}$ 倍。



$$\begin{aligned} & \frac{2}{5} \div 3 \\ &= \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{2}{15} \end{aligned}$$

答： $\frac{2}{15}$ 張

④ 把 $2\frac{1}{2}$ 公斤的紅豆平分給 5 人，1 人可分到幾公斤的紅豆？

$$\begin{aligned} & 2\frac{1}{2} \div 5 \\ &= \frac{5}{2} \times \frac{1}{5} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

答： $\frac{1}{2}$ 公斤

試試看

$$\begin{aligned} \text{① } & \frac{1}{7} \div 5 \\ &= \frac{1}{7} \times \frac{1}{5} \\ &= \frac{1}{35} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{② } & \frac{3}{14} \div 6 \\ &= \frac{3}{14} \times \frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{28} \end{aligned}$$

③ 甲數的 8 倍是 $2\frac{3}{4}$ ，甲數是多少？

$$\begin{aligned} & 2\frac{3}{4} \div 8 \\ &= \frac{11}{4} \times \frac{1}{8} \\ &= \frac{11}{32} \end{aligned}$$

答： $\frac{11}{32}$



練習一

一 下面的計算過程，對的畫○，錯的打×：

(○) ① $\frac{3}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{7 \times 2} = \frac{3}{14}$

(×) ② $4\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = 4\frac{1 \times 3}{2 \times 5} = 4\frac{3}{10}$

(○) ③ $3\frac{1}{5} \times 4 = 3 \times 4 + \frac{1}{5} \times 4 = 12 + \frac{4}{5} = 12\frac{4}{5}$

(×) ④ $3 \times 2\frac{3}{8} = 3 \times 2 + \frac{3}{8} = 6 + \frac{3}{8} = 6\frac{3}{8}$

二 在□中填入>、<或=：

① $\frac{5}{7} \times \frac{3}{5} < \frac{5}{7}$

② $1\frac{2}{9} \times 1\frac{2}{9} > 1\frac{2}{9}$

③ $\frac{13}{17} \times 1 = \frac{13}{17}$

④ $1\frac{2}{15} \times 1\frac{2}{17} > 1\frac{2}{15}$

三 算算看：

① $\frac{7}{9} \times \frac{5}{8}$
 $= \frac{35}{72}$

② $\frac{2}{5} \times 2\frac{1}{7}$
 $= \frac{2}{5} \times \frac{15}{7}$
 $= \frac{6}{7}$

③ $8 \times 2\frac{5}{6}$
 $= 8 \times \frac{17}{6}$
 $= \frac{68}{3}$
 $= 22\frac{2}{3}$

④ $9\frac{4}{5} \times 10$
 $= \frac{49}{5} \times 10^2$
 $= 98$

⑤ $5\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{2}$
 $= \frac{21}{4} \times \frac{7}{2}$
 $= \frac{147}{8}$
 $= 18\frac{3}{8}$

⑥ $3\frac{1}{2} \div 7$
 $= \frac{7}{2} \times \frac{1}{7}$
 $= \frac{1}{2}$

四 應用題：

- ① 1 平方公尺的花圃需要 $1\frac{1}{5}$ 公斤的有機肥料，學校中庭的花圃面積是 $2\frac{1}{5}$ 平方公尺，需要幾公斤的有機肥料？

$$\begin{aligned} & 1\frac{1}{5} \times 2\frac{1}{5} \\ &= \frac{6}{5} \times \frac{11}{5} \\ &= \frac{66}{25} \\ &= 2\frac{16}{25} \end{aligned}$$

答： $2\frac{16}{25}$ 公斤

- ② 1 包糖重 $1\frac{9}{16}$ 公斤，媽媽做蛋糕用掉 $\frac{2}{5}$ 包，是用掉幾公斤的糖？

$$\begin{aligned} & 1\frac{9}{16} \times \frac{2}{5} \\ &= \frac{25}{8} \times \frac{2}{5} \\ &= \frac{5}{8} \end{aligned}$$

答： $\frac{5}{8}$ 公斤

- ③ 甲數是 $2\frac{4}{7}$ ，甲數的 $1\frac{1}{3}$ 倍是乙數，乙數是多少？

$$\begin{aligned} & 2\frac{4}{7} \times 1\frac{1}{3} \\ &= \frac{18}{7} \times \frac{4}{3} \\ &= \frac{24}{7} \\ &= 3\frac{3}{7} \end{aligned}$$

答： $3\frac{3}{7}$

- ④ $\frac{2}{3}$ 瓶汽水平分給 6 人，每人可以分到幾瓶汽水？

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3} \div 6 \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{9} \end{aligned}$$

答： $\frac{1}{9}$ 瓶